



O Paradoxo de Braess, formulado pelo matemático [Dietrich Braess](#), afirma que a adição de capacidade extra para uma rede quando os movimentos dos veículos pelos tramos da rede são feitos de forma egoísta (ou seja, sempre ...), pode, em alguns casos, reduzir o desempenho global.

O paradoxo enuncia o seguinte: "*Consideremos que seja conhecido o número de veículos que parte de cada nó da rede e seus respectivos nós destinos. Sob essas condições, deseja-se estimar a distribuição dos veículos pelos links da rede. A preferência por um link ou outro, ou seja, por uma via ou outra, depende não apenas da qualidade da via, mas também da densidade de trânsito nela. Se todo o motorista optar pelo itinerário que lhe parecer mais favorável, o somatório dos tempos de percurso de todos os motoristas não será, necessariamente, o menor valor possível, ou seja, o ponto de mínimo da função. Além disso, pode ser que a construção de uma nova via ligando dois nós de uma rede existente provoque tal redistribuição do trânsito que o resultado seja um aumento médio do tempo de percurso do conjunto dos motoristas.*"

Para mostrar que a introdução de uma nova via numa rede pode piorar o tempo de percurso do conjunto de veículos, vamos recorrer ao exemplo seguinte . Consideremos a rede das vias mostrada no croquis, onde 4000 motoristas desejam viajar do nó *Início* ao nó *Fim*. Esse destino pode ser atingido tanto passando pelo nó *A* como pelo nó *B*. No link (via) que liga o nó *Início* ao nó *A*, o tempo de percurso cresce à medida que aumenta o número de veículos que desejam passar por ele. Digamos que esse tempo,

em minutos, é fornecido pela expressão $V_A/100$, em que V_A é o volume de veículos que trafegam entre os nós *Início* e *A*.

Vamos supor que o link (via) que liga os nós *Início* e *B* possui capacidade suficiente para que o tempo de percurso para percorrê-lo independa do número de veículos que o utilizam. Consideremos que esse tempo é fixo e igual a 45 minutos.

Analogamente, o link (via) entre *A* e *Fim* leva sempre 45 minutos para ser percorrido e o tempo de percurso entre *B* e *Fim* é igual a $V_B/100$, em que V_B é o volume de veículos que trafegam entre os nós *B* e *Fim*.

Se o link (via) tracejado entre *A* e *B* não existir, o tempo necessário para realizar o itinerário *Início-A-Fim* será igual a $(V_A/100) + 45$ e para percorrer o itinerário *Início-B-Fim* serão necessários $45 + (V_B/100)$ minutos.

Ora, se um desses itinerários demorar mais do que o outro, a tendência é que os motoristas migrem do mais lento para o mais rápido até que os tempos de percurso se igualem. É fácil provar que o sistema entrará em equilíbrio, ou seja, os tempos de percurso se igualarão quando metade dos veículos for por *A* e a outra metade por *B*. Teremos, então 2000 veículos passando por *A* e 2000 por *B*. Nesse caso, o tempo de percurso total, entre *Início* e *Fim*, será sempre igual a 65 minutos, calculados por $(2000/100) + 45$.

Agora, vamos supor que foi construído o link (via) tracejado que liga *A* com *B*. É uma supervia de altíssima qualidade e é possível percorrê-la em apenas 1 minuto. Nessa situação, ninguém vai escolher a via *Início-B*, que demanda 45 minutos, pois mesmo quando todos os veículos optam pelo itinerário *Início-A-B*, o tempo gasto será igual a 41 minutos (calculados por $(4000/100) + 1$).

Após alcançar *A*, todo motorista escolherá ir até *B* e daí continuar até *Fim*, pois se utilizar a ligação direta *A-Fim*, vai demorar 45 minutos para percorrê-la, enquanto a rota *A-B-Fim* consome apenas 41 minutos.

Portanto, a introdução da supervia *A-B* fez com que o tempo de percurso, que era igual a 65 minutos originalmente, aumentasse para 81 minutos, calculados por $(4000/100) + 1 + (4000/100)$.

A explicação desse paradoxo reside no fato de que sem a supervia as características da rede permitiam que a busca da solução ótima individual de cada motorista convergisse para a solução ótima do conjunto total dos motoristas o que já não é mais verdade na segunda hipótese.

Se todos os motoristas entrassem em acordo em não usar a via *A-B* (o que não é muito fácil na prática), cada um deles economizaria 15 minutos no percurso total!

Denomina-se [Equilíbrio de Nash](#) ao tipo de situação que se chegou com a nova via. Diz-se que um grupo de pessoas compartilhando o mesmo propósito encontra-se no [Equilíbrio de Nash](#) quando cada um toma a melhor decisão para si próprio, levando em consideração as decisões dos outros. Entretanto, essa condição não conduz, necessariamente, à melhor solução para todos os participantes; em muitos casos seria melhor para eles se combinassem uma estratégia conjunta diferente do [Equilíbrio de Nash](#), como seria o caso do nosso exemplo com a supervia.

Em 2004, a partir da conceituação de Braess, os professores Abrams e Hagstrom, da Universidade de Illinois, desenvolveram uma teoria fundamentada no seguinte raciocínio: se a inclusão de um trecho de via adicional pode prejudicar o trânsito, então, em certas situações, eliminar uma via pode melhorá-lo.

Sua teoria fornece meios para identificar possíveis aplicações e pode ser consultada em [Improving Traffic Flows at No Cost](#). Foi feita uma aplicação prática na malha viária de Sioux Falls e os resultados foram promissores. Com a eliminação de um trecho da rede, um grupo de veículos obteve uma redução de 33% no tempo de percurso enquanto que o grupo mais prejudicado sofreu um aumento de apenas 0,25% neste indicador.

Texto parcialmente produzido a partir da [Wikipédia](#).