Universidade Presbiteriana Mackenzie
Escola de Engenharia – Depto. de Engenharia Civil
Disciplina: Engenharia de Tráfego Urbano
Prof. João Cucci Neto

Leitura Complementar 25

A Teoria do Fluxo de Tráfego

Fevereiro de 2017

1. Apresentação

O texto que segue é uma adaptação de trabalhos originais do ***Prof. Dr. Hugo Pietrantonio****, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Ele gentilmente consentiu e colaborou para que este material fosse publicado como texto de apoio à disciplina "Engenharia de Tráfego Urbano", presente na grade curricular do 8º semestre do curso de graduação em Engenharia Civil da Universidade Presbiteriana Mackenzie.*

2. O modelo linear de Greenshields - Histórico

O pioneiro do desenvolvimento da Teoria do Fluxo de Tráfego foi o Engenheiro americano Bruce Douglas Greenshields. Ele nasceu em Winfield, Kansas, em 14 de abril de 1893. Morreu em 12 de fevereiro de 1979. Formou-se na Universidade do Oklahoma e fez seu mestrado e doutorado em Engenharia Civil na Universidade do Michigan.

Sua teoria foi decorrente de experimentos em campo, apoiado por um sistema que ele criou de registros fotográficos em série, usando uma câmera de cinema de 16 mm. O equipamento foi conectado a um motor que disparava a câmera em intervalos regulares, gerando fotos que permitiam a observação posterior do espaçamento e da velocidade dos veículos em uma rodovia.

O resultado de seus estudos foi apresentado pela primeira vez no 14º Encontro Anual de Comitê de Pesquisas Rodoviárias, em 1935, sob o título "A Study of Traffic Capacity" e naquele mesmo ano foi publicado nos anais do evento.

A obra pioneira de Greenshields foi uma grande contribuição para os estudos do fluxo de tráfego. Com o passar dos anos, outras pesquisas foram aperfeiçoando o modelo de Greenshields e dados obtidos por meio de medições mais acuradas, com instrumentos mais modernos e precisos, trouxeram a constatação de que o fluxo de tráfego não apresenta um comportamento regular, com diferenças significativas entre as condições de normalidade e de saturação.

3. A Teoria

A teoria contida em todo este texto considera o fluxo de tráfego somente em regime contínuo, isto é, em rodovias e vias expressas.

Embora limitada, a Teoria do Fluxo de Tráfego tradicional, decorrente do trabalho de Greenshields, foi aqui utilizada para apresentar as relações básicas que permitirão uma análise inicial dos fenômenos da operação de tráfego.

O primeiro passo para conhecer a Teoria do Fluxo de Tráfego é o estudo das relações entre fluxo de tráfego e velocidade de percurso. Essas relações são expressas pela *equação de continuidade do tráfego* e a tradicionalmente chamada *equação fundamental do tráfego*. Esta última recebeu esse nome por ter sido uma das primeiras relações que permitiram completar uma teoria capaz de dar explicações relevantes sobre fenômenos de interesse.

A *equação de continuidade do tráfego* exprime uma relação física entre os veículos que passam por uma seção da via e aqueles que ocuparam o trecho anterior a tal seção. Em função do período de medição do fluxo de tráfego (**F**), um trecho anterior maior contribuirá com veículos passando pela seção da via e a extensão deste trecho de contribuição é naturalmente função da velocidade dos veículos. Esta relação é facilmente estabelecida considerando uma corrente de tráfego estacionária (isto é, estável ao longo do tempo) e homogênea, onde os veículos tem todos a mesma velocidade (**V**) e pode ser utilizada em situações mais gerais.

Se um trecho de extensão **L** anterior à seção **A** de medição do fluxo de tráfego tem **N** veículos, todos passarão por **A** em um intervalo de tempo **I** (Figura 1).

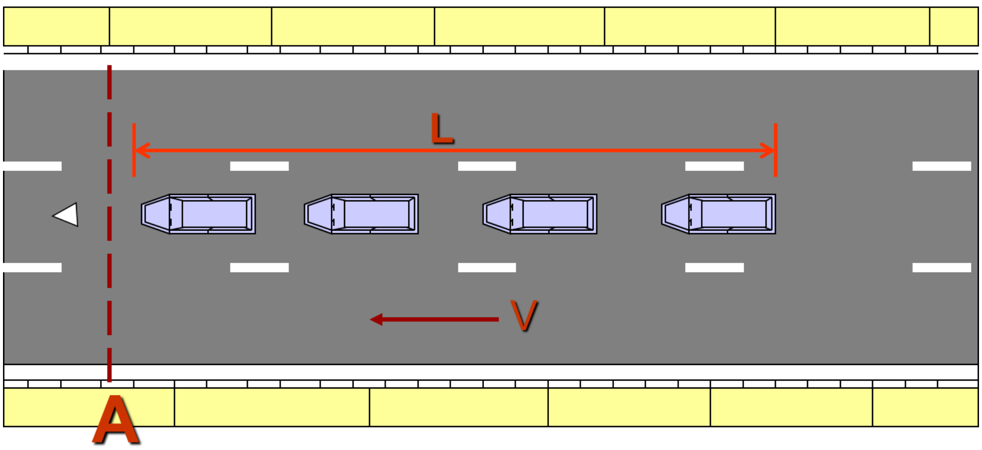


Figura 1

Portanto, $I = L/V$. O fluxo de tráfego é expresso pelo número de veículos que passa em uma determinada seção da via em um intervalo de tempo. Então temos $F = N/I = N/L.V$ ou $F = D.V$, onde **D** é a densidade de tráfego (linear).

Note que o número de veículos no trecho pode flutuar ao longo do tempo e, com isso, flutuando a densidade de tráfego de forma correspondente. Entretanto, ele não depende do intervalo usado para a medição: para cada intervalo de medição **I** haveria uma extensão de contribuição **L**, ao contrário do fluxo de tráfego **F**, que cresce com o intervalo de medição e solicita a contribuição de um trecho de extensão maior.

Se a corrente de tráfego é estacionária mas não é homogênea, isto é, os veículos tem velocidades de percurso distintas, a validade da equação de continuidade pode depender da seleção de uma velocidade média adequada ou da introdução de termos complementares.

As duas maneiras mais imediatas de medir a velocidade média são definidas como:

- a velocidade média temporal (**V$_T$**) (sendo $\overline{V}_T = \frac{1}{N_T}.\sum_{i \in N_T} v_i$), média aritmética das velocidades individuais v_i de todos os veículos que passam em uma dada seção da via, ao longo de um período de tempo T;
- a velocidade média espacial (**V$_S$**) (sendo $\overline{V}_S = \frac{1}{N_L}.\sum_{i \in N_L} v_i$), média aritmética, em um dado instante, das velocidades individuais v_i de todos os veículos que se distribuem ao longo de uma extensão da via L.

De forma geral, a velocidade média espacial (**V$_S$**) tende a ser menor que a velocidade média temporal (**V$_T$**) porque os veículos lentos ficam mais tempo em um trecho de extensão qualquer e são, por isso, mais prováveis de serem amostrados no trecho em relação à sua participação no volume de tráfego. Na velocidade média temporal, a probabilidade de ser amostrado é igual à proporção no volume de tráfego dos veículos de cada faixa de velocidade. Dois resultados gerais são conhecidos sobre a relação entre as velocidades média temporal e média espacial:

- tendo-se a variância da distribuição estatística das velocidades individuais no trecho σ^2_{vS}, a relação $\overline{V}_T = \overline{V}_S + \sigma^2_{vS} / \overline{V}_S$ é observada;
- como o tempo que um veículo permanece em um trecho de extensão qualquer é inversamente proporcional à sua velocidade individual, a velocidade média espacial pode ser medida observando os veículos que passam em uma seção ao longo do tempo utilizando uma média harmônica $\frac{1}{\overline{V}_S} = \frac{1}{N_T}.\sum_{i \in N_T} \frac{1}{v_i}$ (com a ponderação inversa), o que equivale a fazer $\overline{V}_S = L / \bar{t}$, onde $\bar{t} = \frac{1}{N_T}.\sum_{i \in N_T} t_i$ e $t_i = \frac{L}{v_i}$.

As velocidades média temporal e espacial são diferentes (exceto quando a corrente de tráfego é homogênea e ambas são iguais à velocidade comum **V**). No entanto, adotando-se a velocidade média de tráfego definida pela velocidade média espacial, mesmo com tráfego heterogêneo, em condições estacionárias, a *equação de continuidade de tráfego* é:

$$F = D.\overline{V} \quad \text{com } \overline{\mathrm{V}} = \overline{\mathrm{V}}_{\mathrm{S}}$$

onde $\overline{V}_S = \frac{1}{N_L}.\sum_{i \in N_L} v_i$ ou $\frac{1}{\overline{\mathrm{V}}_{\mathrm{S}}} = \frac{1}{\mathrm{N_T}}.\sum_{\mathrm{i} \in \mathrm{N_T}} \frac{1}{\mathrm{v_i}}$. Por este motivo, a velocidade média do tráfego é a velocidade média espacial (e não a temporal). Naturalmente, a densidade do tráfego utilizada na equação de continuidade é também o valor médio para o período de medição do fluxo de tráfego (**I**), mas neste caso é um simples média aritmética.

Uma observação interessante é que, visto que a densidade de tráfego é o inverso do espaçamento médio entre veículos: $D = 1/\overline{E}$ (da mesma forma que o fluxo de tráfego é o inverso do intervalo médio entre veículos $F = 1/\overline{I}$), a equação de continuidade do tráfego pode ser escrita como $\overline{V} = \overline{V}_S = \overline{E}/\overline{I}$ (outra relação intuitiva que é satisfeita apenas pela velocidade média espacial). Note que o espaçamento (**E**) entre veículos inclui o veículo em si (Figura 2), ao contrário da distância entre veículos. Também vale notar que o intervalo entre veículos **I** inclui a passagem dos veículos, ao contrário da brecha entre veículos. Deve-se também observar que a equação de continuidade de tráfego pode ser aplicada para cada faixa de tráfego ou, como é mais comum, para toda a via, com todas as faixas medidas coletivamente.

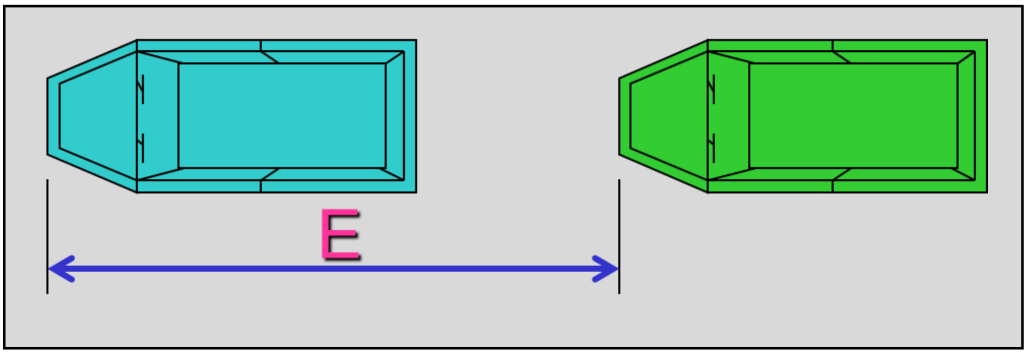


Figura 2

Em regime transitório, ou seja, aquela na qual as condições de tráfego estão variando, a equação de continuidade de tráfego é estabelecida como equação diferencial ou de diferenças.

Neste caso, a variação da densidade de tráfego em um intervalo elementar Δt é dado por

$$\frac{\Delta D}{\Delta t} = \frac{F_g - (F_s - F_e)}{\delta},$$

onde F_g é o fluxo (líquido) gerado pelas contribuições adjacentes, F_e e F_s são o fluxo de tráfego que entra e que sai do trecho elementar δ (Figura 3).

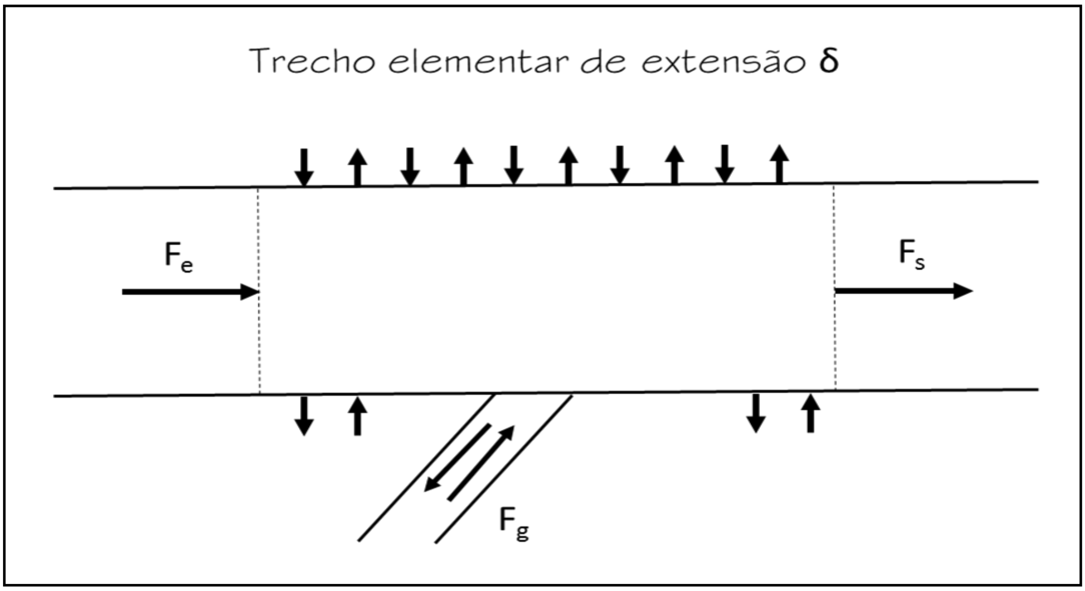


Figura 3

A equação anterior pode ser incorporada a um esquema numérico de simulação do tráfego em que a densidade é atualizada iterativamente. Admitindo um esquema simplificado, os fluxos mostrados na equação seriam determinados pelas densidades nos períodos anteriores (e assim recursivamente). Nessa simulação macroscópica, em que o tráfego é representado como fluxo (não veículo a veículo, como na simulação microscópica), a via seria dividida em trechos elementares e o período dividido em intervalos elementares, de maneira a calcular a evolução do tráfego de forma detalhada.

Dois comentários são relevantes sobre a equação de continuidade de tráfego. A equação expressa uma relação física válida em qualquer situação. Por exemplo, é válida tanto com a velocidade média de percurso quanto com a velocidade média global. Entretanto, sua aplicação não é suficiente para determinar as condições de operação porque a relação é intermediada por uma variável de serviço adicional, a densidade de tráfego. O mesmo fluxo de tráfego pode ocorrer com diversas combinações entre densidade e velocidade de tráfego.

Uma situação interessante e esclarecedora é a relacionada com a implantação de redutores de velocidade. Normalmente, estes dispositivos não criam gargalos de capacidade no sistema viário (por isso não geram filas cumulativas). Portanto, o mesmo fluxo de tráfego está sendo escoado antes do redutor, na seção do redutor e após o redutor. A redução de velocidade tem, então, de ser compensada pelo aumento da densidade do tráfego. Quanto menor a velocidade praticada junto ao redutor, maior terá de ser a densidade de tráfego. Naturalmente, há situações em que o redutor de tráfego pode criar gargalos de capacidade (o que é indesejável).

A *equação fundamental do tráfego*, apresentada a seguir, é a relação adicional entre as variáveis consideradas que permite estabelecer as condições de operação de forma inequívoca. Esta equação exprime o comportamento dos usuários da via (condutores dos veículos, no caso do tráfego motorizado) na seleção da velocidade praticada, diante das condições encontradas.

Na verdade, a equação fundamental do tráfego corresponde à representação macroscópica do comportamento do tráfego. Mesmo atualmente, coexistem diversas representações destas relações de comportamento que adotam formas mais detalhadas, microscópicas (isto é, representando os veículos individuais como as representações baseadas nas teorias de carro-seguidor) ou mesoscópicas (distinguindo grupos de manobras ou veículos na corrente de tráfego). As representações macroscópicas representam toda a corrente de tráfego em um trecho de via, coletivamente.

A representação macroscópica incorporada às versões mais simplificadas da equação fundamental do tráfego é também uma relação de equilíbrio, que admite condições de tráfego consistentes com a situação assumida pelos usuários. Estas formulações permitem analisar condições estacionárias, isto é, estáveis ao longo do tempo, ou transitórias, embora neste caso seja mais adequado formulações de ajuste dinâmico do comportamento no tráfego (correspondente às restrições de reação dos usuários da via e de aceleração/desaceleração dos veículos). Estas características estão ausentes da formulação simples apresentada a seguir.

A questão básica respondida pela equação fundamental do fluxo de tráfego é, dadas as velocidades de tráfego desejadas pelos usuários no sistema viário (as velocidades de fluxo livre de cada usuário), como seu comportamento adapta-se às condições de operação encontradas, que podem colocar restrições à prática da velocidade desejada?

A formulação macroscópica clássica estabeleceu essa equação de comportamento dos usuários por meio de uma relação entre a velocidade média de tráfego praticável e a densidade de veículos no tráfego da via. Considerando que as velocidades de tráfego desejadas variam de um usuário a outro, o aumento da densidade de tráfego faz com que os veículos rápidos encontrem veículos lentos com mais frequência (isto é, a intervalos menores) e com que a dificuldade de ultrapassá-los aumente, fazendo com que os veículos mais rápidos fiquem mais tempo seguindo os veículos lentos, em velocidade menor que a desejada. Além disso, a complexidade da tarefa de conduzir-se no tráfego mais denso (com outros veículos mais próximos) faz com que os usuários da via reduzam a velocidade praticada e/ou aumentem a distância em relação aos demais veículos de forma a diminuir a carga de vigilância e atuação necessária para manter-se em condições seguras no tráfego. Por estes motivos, a relação entre velocidade média praticada e a densidade média no tráfego é decrescente.

A falta de uma base teórica mais firme faz com que a equação fundamental do tráfego tenha de ser estimada empiricamente. Sendo decrescente, pode ter uma forma qualquer e normalmente é não linear e descontínua. Alguns pontos notáveis são, no entanto, conhecidos: a velocidade de fluxo livre deve ocorrer a baixas densidades; altas densidades somente podem ocorrer a baixas velocidades. Com os veículos parados, ocorre a densidade de saturação, máxima.

A formulação mais simples da equação fundamental do tráfego seria uma relação decrescente linear, conforme investigações de Greenshields, e seria da forma $V = V_F.\left(1 - \frac{D}{D_{sat}}\right)$ ou, correspondentemente, $D = D_{sat}.\left(1 - \frac{V}{V_F}\right)$ (Figura 4).

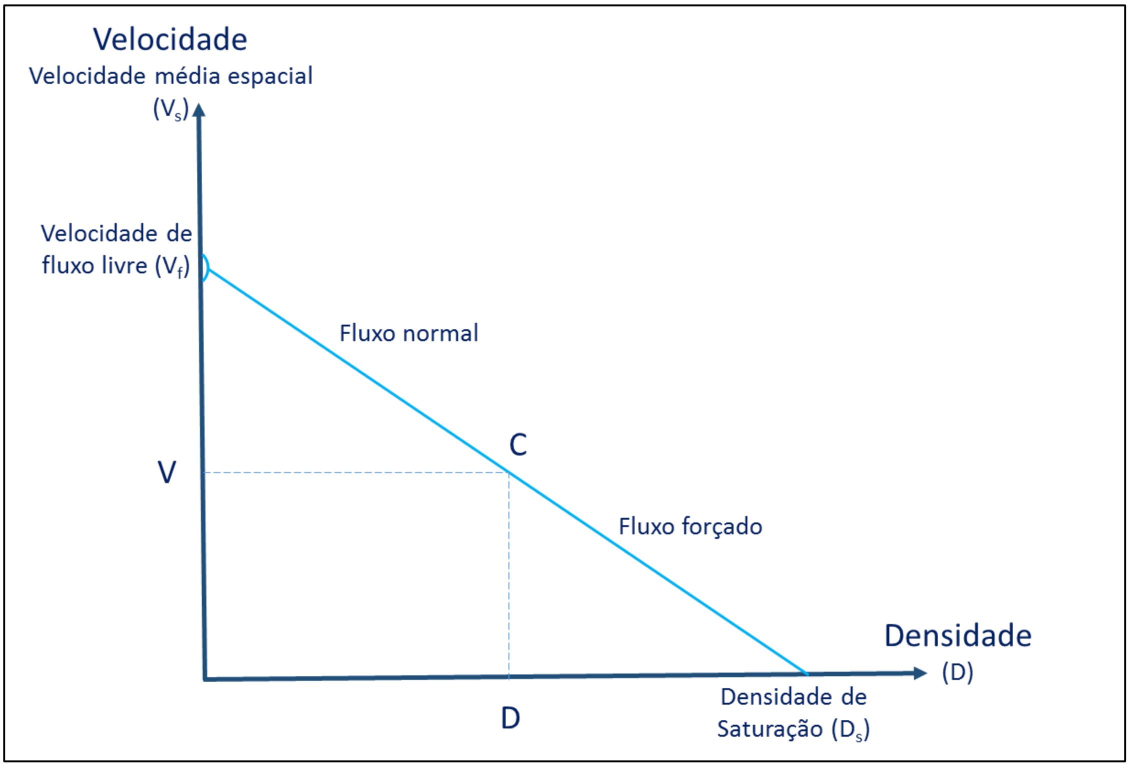


Figura 4

Como veremos à frente, esta não é uma hipótese válida, com precisão suficiente para aplicações práticas, mas permite uma análise qualitativamente interessante das suas implicações para a análise da operação do tráfego. Portanto, será utilizada para este fim.

Partindo da equação de continuidade do tráfego $F = D.V$ e introduzindo, por simplicidade, uma das formas lineares da equação fundamental do tráfego, tem-se $F = V_F.D - \frac{V_F}{D_j}.D^2$ ou $F = D_j.V - \frac{D_j}{V_F}.V^2$, que representam curvas parabólicas com fluxos máximos nos valores $V_c = {}^{V_F}\!/_{2}$ e $D_c = {}^{D_j}\!/_{2}$ (Figuras 5 e 6).

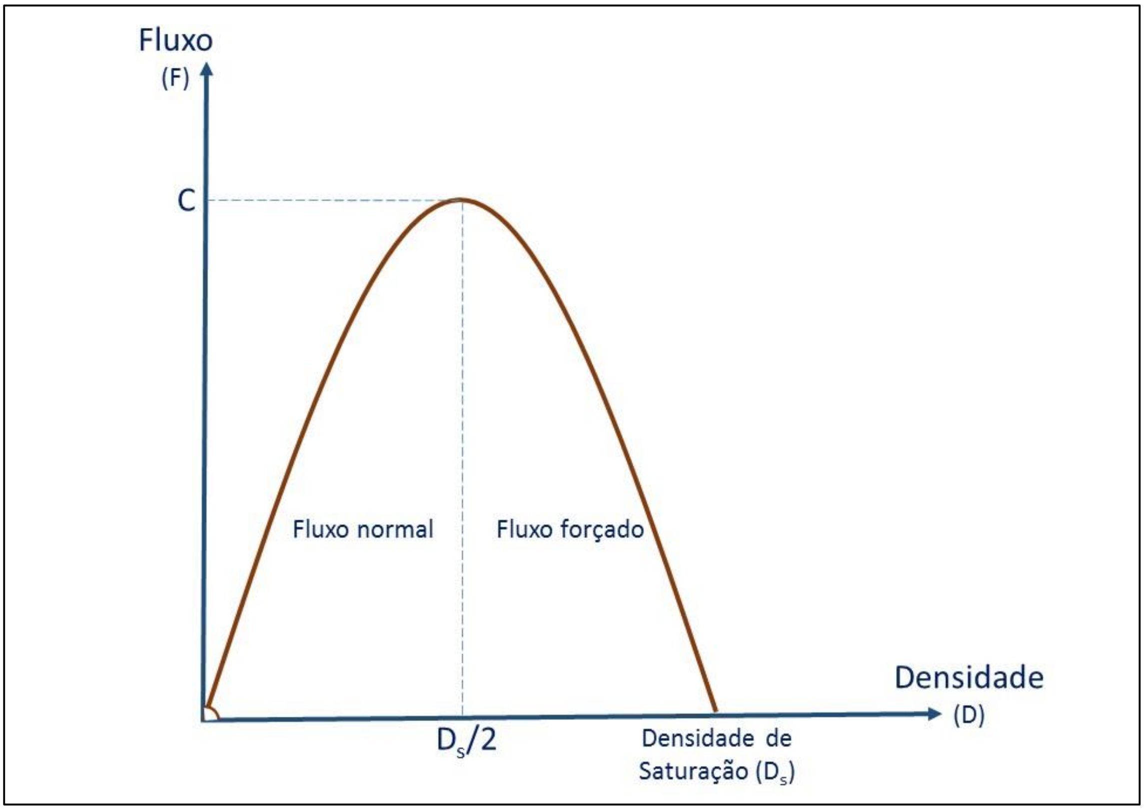


Figura 5

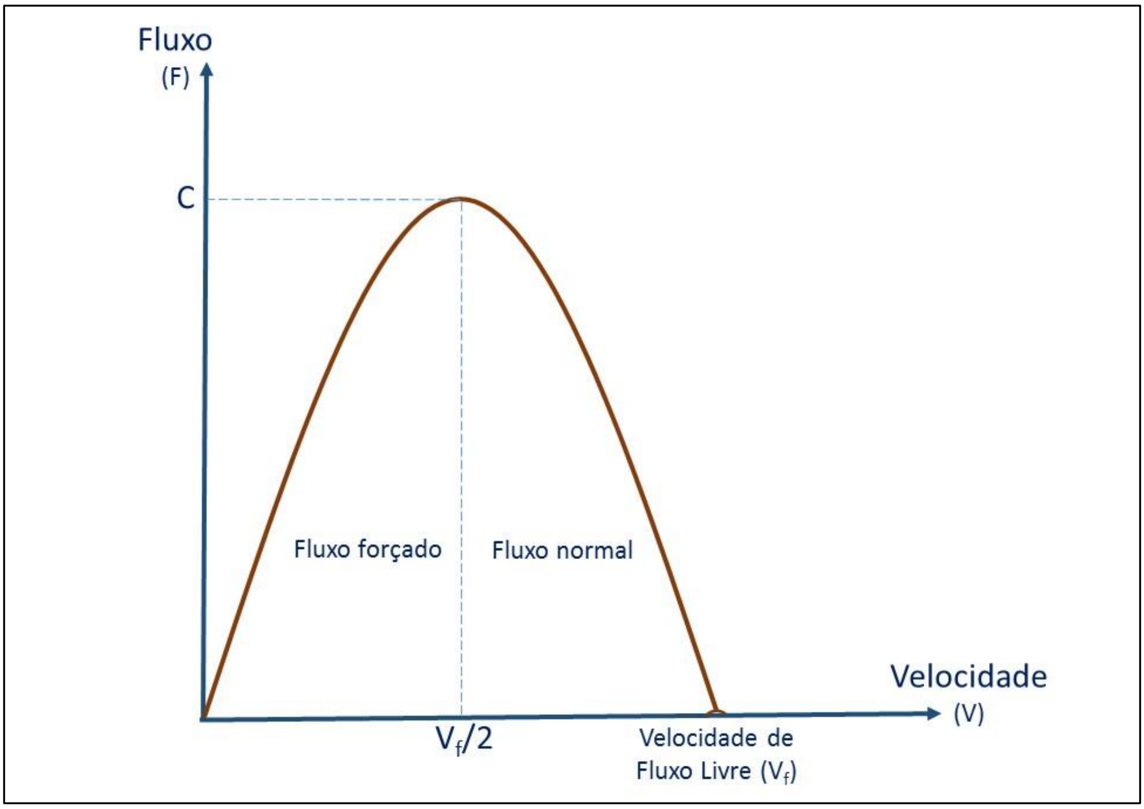


Figura 6

Independentemente da curva contínua e simétrica correspondente às formas parabólicas derivadas da equação fundamental do tráfego linear (uma aproximação imprecisa), as conclusões qualitativas obtidas são confirmadas pela observação empírica:

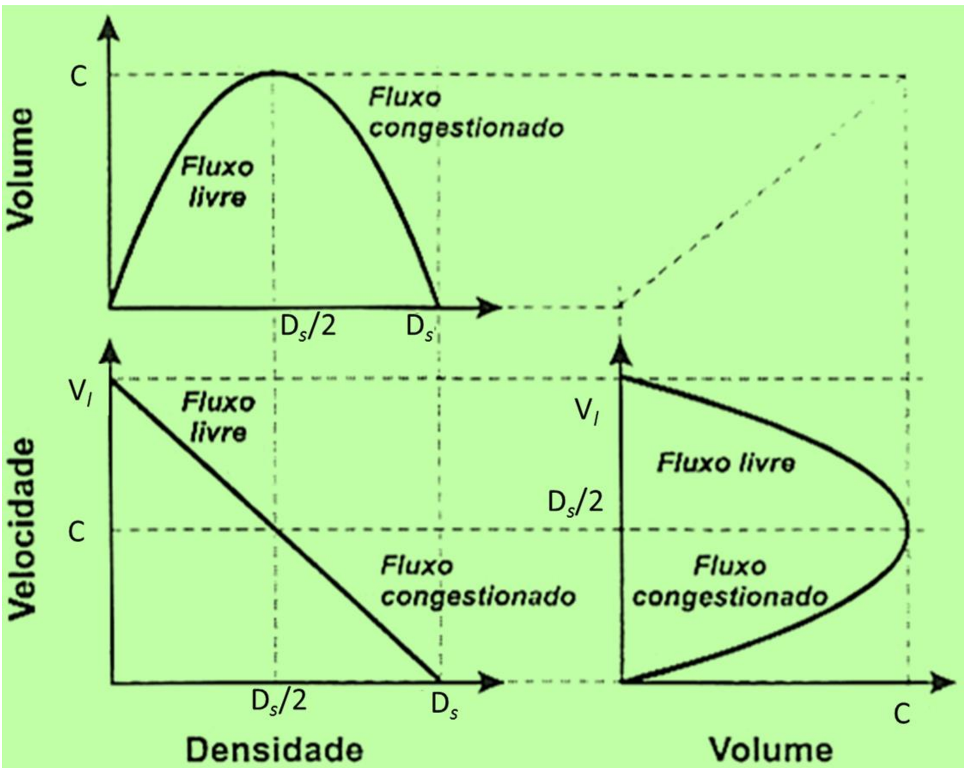
- existe um fluxo máximo que pode ser escoado pela via e ocorre em condições intermediárias de tráfego determinado, segundo a hipótese incorporada na equação fundamental do tráfego, pelo comportamento dos usuários da via;

- qualquer fluxo menor que a capacidade pode ocorrer em duas situações distintas: uma corresponde a altas velocidades e baixas densidades e outra corresponde a baixas velocidades e altas densidades no tráfego;

- o regime de altas velocidades e baixas densidades seria normalmente selecionado pelos usuários da via (por resultarem em menores tempos de viagem) e correspondem às condições de fluxo normal;

- o regime de baixas velocidades e altas densidades correspondem às condições de fluxo forçado, que ocorrem nas filas acumuladas em função da existência de gargalos de capacidade que impedem o escoamento da demanda de tráfego.

A Figura 7 mostra as três figuras anteriores (4, 5 e 6), alinhadas por seus pontos comuns, o que facilita a visualização e a correspondência entre as três variáveis (fluxo ou volume, densidade e velocidade).



fonte: adaptado de José Reynaldo A. Setti

Figura 7

A seguir, como curiosidade, as Figuras 8 e 9 mostram reproduções de gráficos obtidos empiricamente por Greenshields e publicados em sua obra “A Study of Traffic Capacity”.

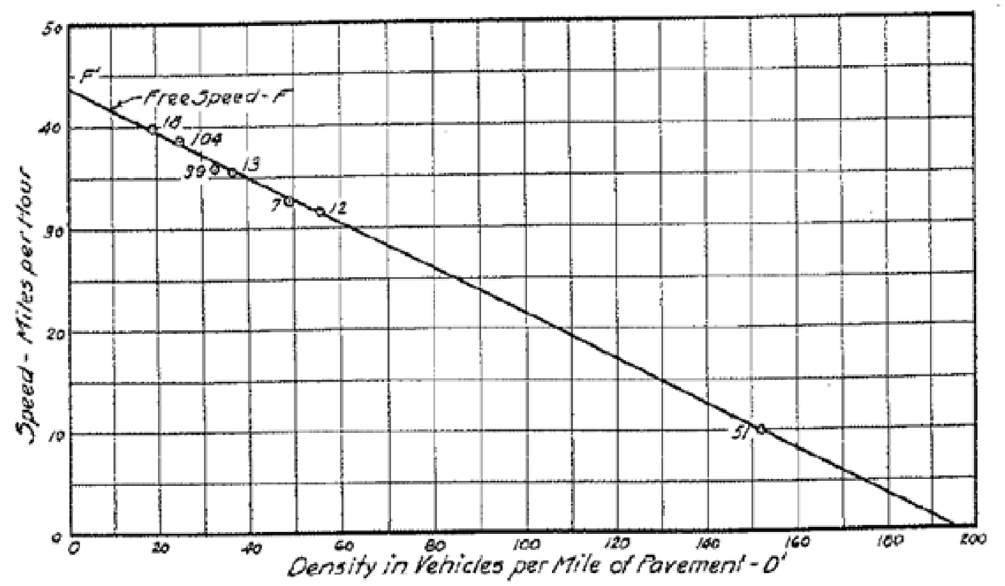


Figure 5. Speed in Miles Per Hour Corresponding to a Given Average Density in Vehicles per Mile of Pavement.

Figura 8

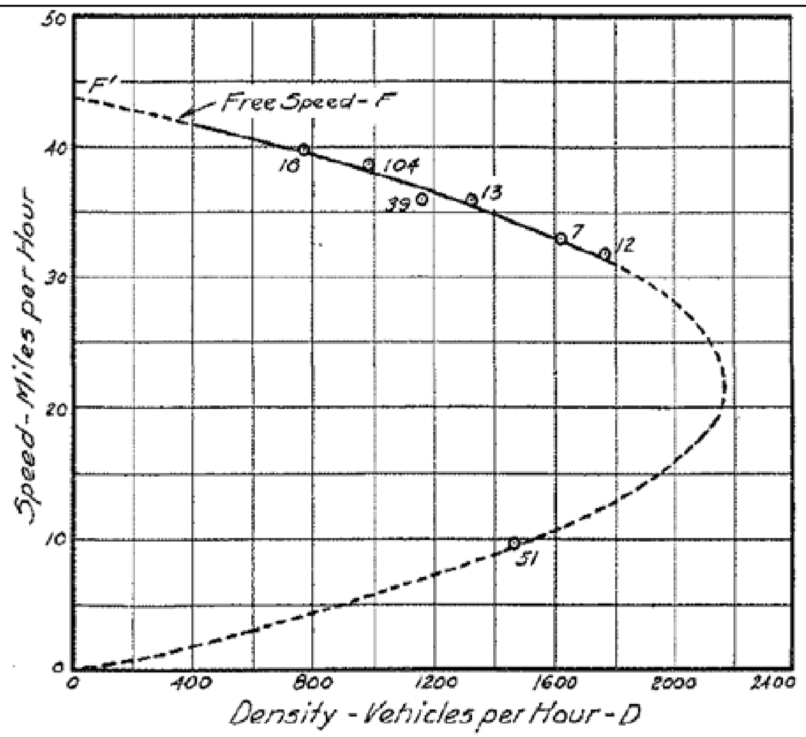


Figure 6. Speed in Miles per Hour Corresponding to a Given Density in Vehicles per Hour on a Two-lane Highway.

Figura 9

4. Níveis de serviço

A densidade reflete a qualidade do tráfego. Quanto menor a densidade (e, consequentemente, maior o espaçamento), maior o conforto no deslocamento, a facilidade de mudança de faixa e a escolha da velocidade. Essas condições de intensidade do tráfego podem ser associadas de forma qualitativa e quantitativa à níveis de serviço.

A descrição a seguir traz os níveis de serviços classificados de forma qualitativa:

- **nível A**: descreve a condição de fluxo livre com baixos volumes e altas velocidades. A densidade de trânsito é baixa. Existe pouca ou nenhuma restrição à liberdade de manobra devido à presença de outros veículos e os motoristas podem manter a velocidade desejada com pequeno ou nenhum retardamento;

- **nível B**: constitui a zona de fluxo estável, com velocidades de operação começando a sofrer restrição devido à presença de outros veículos. Os motoristas ainda têm razoável liberdade na escolha da sua velocidade e faixa de trânsito para operação. Reduções de velocidade são razoáveis, com baixa probabilidade do fluxo se tornar restrito. O limite inferior (mais baixa velocidade e mais alto volume) deste nível tem sido associado a volumes de serviço empregados no projeto de rodovias rurais;

- **nível C**: constitui ainda faixa de fluxo estável. Muitos dos motoristas, no entanto, sofrem restrições na liberdade de escolha de sua própria velocidade, mudança de faixa ou ultrapassagem. Uma velocidade de operação relativamente satisfatória ainda pode ser obtida. São os volumes de serviço desejáveis no projeto de vias urbanas;

- **nível D**: aproxima-se do fluxo instável, com velocidade de operação toleráveis, embora consideravelmente afetadas pela mudança na condição operacional. Flutuações no volume e temporárias restrições ao fluxo podem causar substanciais quedas na velocidade de operação. Os motoristas têm pouca liberdade de manobra e o conforto e a convivência são sofríveis, mas essas condições podem ser toleradas por curto período de tempo;

- **nível E**: não pode ser descrito apenas pela velocidade. Porém apresenta velocidades de operação ainda inferiores àquelas do nível D, com volumes próximos ou iguais à capacidade da rodovia. Ao atingir a capacidade, as velocidades são tipicamente de 48 km/h, embora nem sempre. O fluxo é sensível e podem ocorrer paradas com duração de alguns instantes;

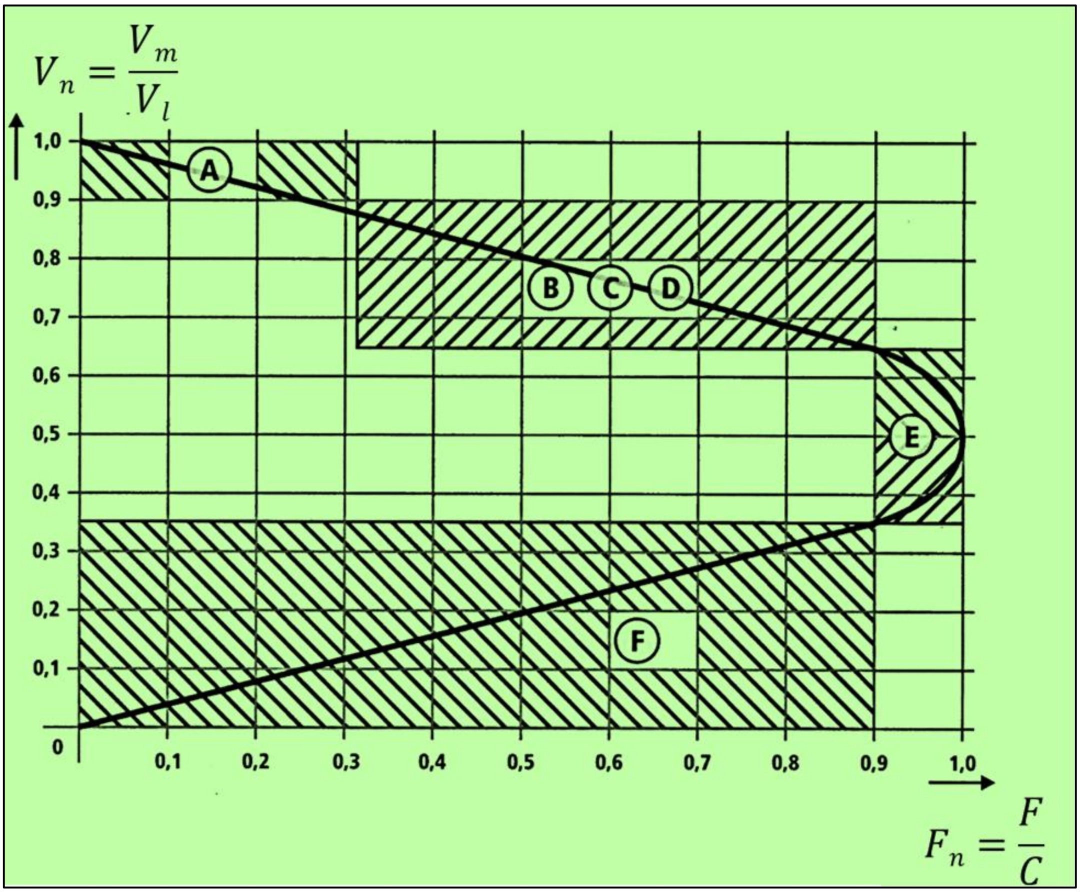
- **nível F**: descreve a operação em fluxo forçado e onde os volumes são inferiores à capacidade. Essas condições usualmente resultam em filas de veículos que se formam devido à restrição a jusante. O trecho em estudo serve como área de armazenamento durante uma fração ou toda a hora de pico. As velocidades são reduzidas substancialmente e as paradas podem ocorrer por períodos de tempo curtos ou longos devido ao congestionamento a jusante. Em um caso extremo, tanto a velocidade como o volume podem cair a zero.

A escala quantitativa de nível de serviço para tráfego contínuo mais conhecida e aplicada mundialmente é a do Highway Capacity Manual – HCM, publicado pelo Transportation Research Board – TRB (EUA). A classificação do HCM também segue a divisão de “A” até “F”, cuja separação é determinada pela densidade, usando como unidade pc/mil/ln (passenger car/mile/lane). A Tabela 1 traz os valores constantes na versão 2010 do HCM (a mais recente), adaptados para a unidade cp/km/fx (carro de passeio por quilômetro por faixa).

Nível de Serviço	Densidade (CP/km/fx)
A	até 17,7
B	> 17,7 – 20,1
C	> 20,1 – 41,8
D	> 41,8 – 56,3
E	> 56,3 – 72,4
F	> 72,4 a demanda excede a capacidade

Tabela 1

A Figura 10 traz novamente a relação entre fluxo e velocidade, com a particularidade de que as coordenadas são resultantes das razões entre a velocidade média (V_m) e a de fluxo livre (V_l) e a do fluxo (F) sobre a capacidade (C). As faixas de nível de serviço correspondem às apontadas na Tabela 2.



fonte: adaptado de Wlastermiller de Senço

Figura 10

Demanda/Capacidade	Nível de Serviço
Até 0,25	A
De 0,25 a 0,50	B
De 0,50 a 0,75	C
De 0,75 a 0,90	D
De 0,90 a 1,00	E
Sem significado numérico	F

fonte: adaptado de Wlastermiller de Senço

Tabela 2

As figuras a seguir representam exemplos de duas condições de serviço de tráfego bem distintas: a Figura 11 apresenta a operação em nível A (baixo fluxo, velocidade livre, baixa densidade e longo espaçamento), com pleno conforto de condução ao motorista. No outro extremo, a Figura 12 mostra a condição de nível F, em que a demanda supera a oferta, tendo como consequência o congestionamento. Nessa situação, tem-se frequentes ocorrências de velocidade e fluxo zero, densidade máxima e espaçamento mínimo. Esse nível de saturação é indesejável por vários motivos: além do desconforto aos ocupantes dos veículos e todo o decorrente quadro de danos à saúde da população, como estresse e elevação dos níveis de poluição sonora e atmosférica, são verificados também prejuízos econômicos, como perdas com produção e elevação do preço dos fretes.

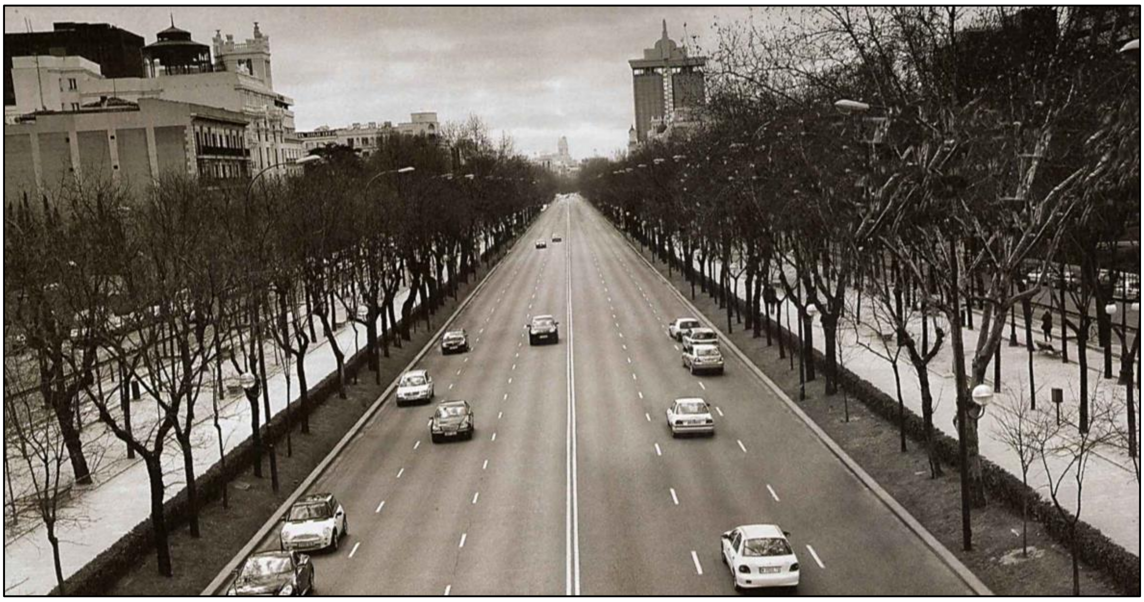


Figura 11

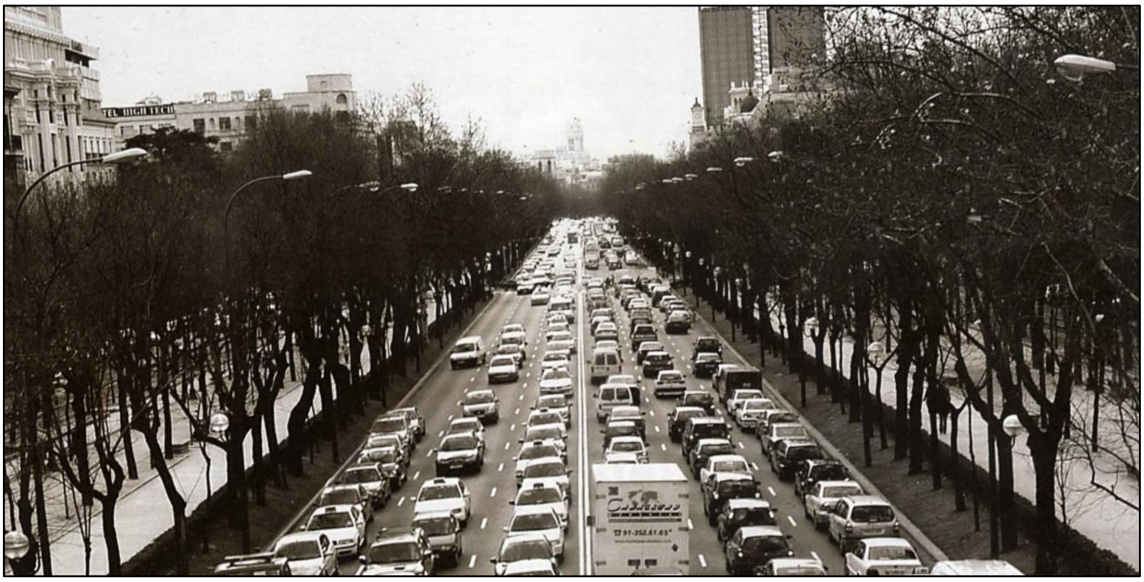


Figura 12

5. A moderna Teoria do Fluxo de Tráfego

Como vimos, as pesquisas iniciadas por Greenshields foram o ponto de partida para a teoria do fluxo de tráfego, Desde então ela foi sendo aperfeiçoada. Na década seguinte à teoria de Greenshields, em 1959, outro Engenheiro americano, Harold Greenberg, publicou um artigo no qual teorizava que o fluxo de tráfego poderia ser comparado às características gerais do fluxo dos líquidos. Greenberg chegou a uma relação logarítmica entre velocidade e densidade, conforme equação a seguir:

$$V = V_c \, . \ln\left(\frac{D_{sat}}{D}\right)$$

Onde V é a velocidade média, V_c é a velocidade na capacidade e D_{sat} é a densidade de saturação. A partir de Greenberg, a relação entre velocidade e densidade deixa de ser linear. A Figura 13 mostra o resultado de um dos experimentos levados a cabo por Greenberg em 1958 no Lincoln Tunnel, que liga Nova York a New Jersey.

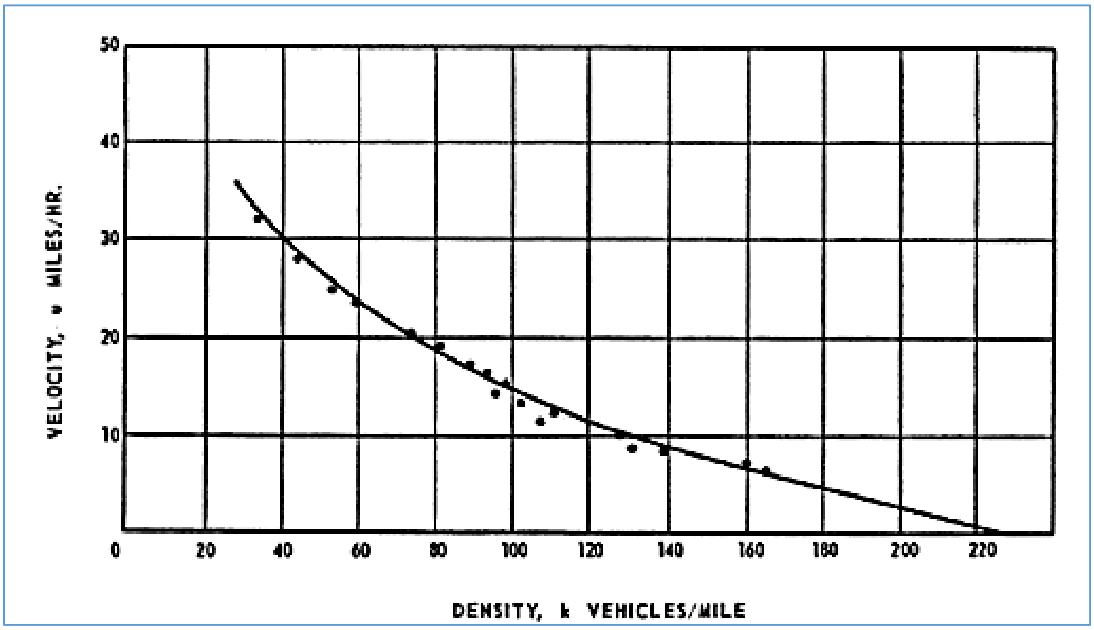


Figura 13

Apesar de se aproximar mais do comportamento real do tráfego, o modelo de Greenberg também tem limitações, sendo a principal que quando a densidade se aproxima de zero a velocidade tende ao infinito.

Com a evolução dos equipamentos de medição, que passaram a permitir coleta de dados múltiplos e simultâneos, como fluxo, ocupação, intervalo e demais parâmetros, a teoria do fluxo de tráfego continuou sendo aperfeiçoada. As Figuras 14 a 16 trazem gráficos obtidos a partir de coletas de dados em campo e permitem ver que os perfis das curvas resultantes se distanciam dos padrões simétricos obtidos inicialmente por Greenshields.

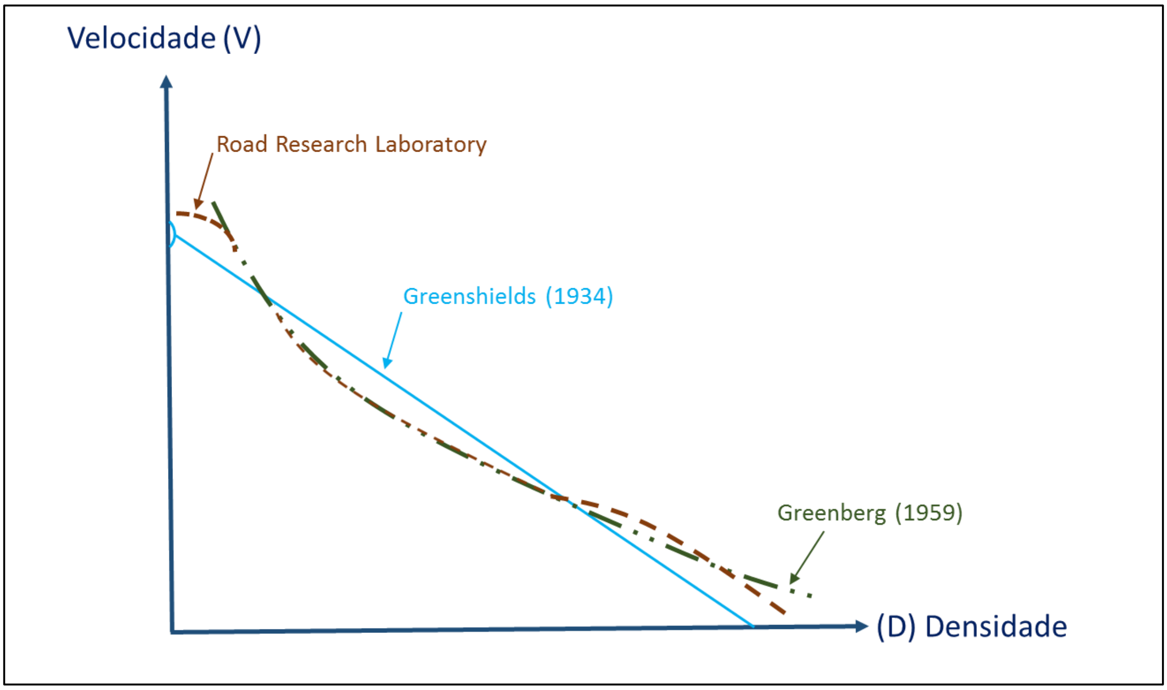


Figura 14

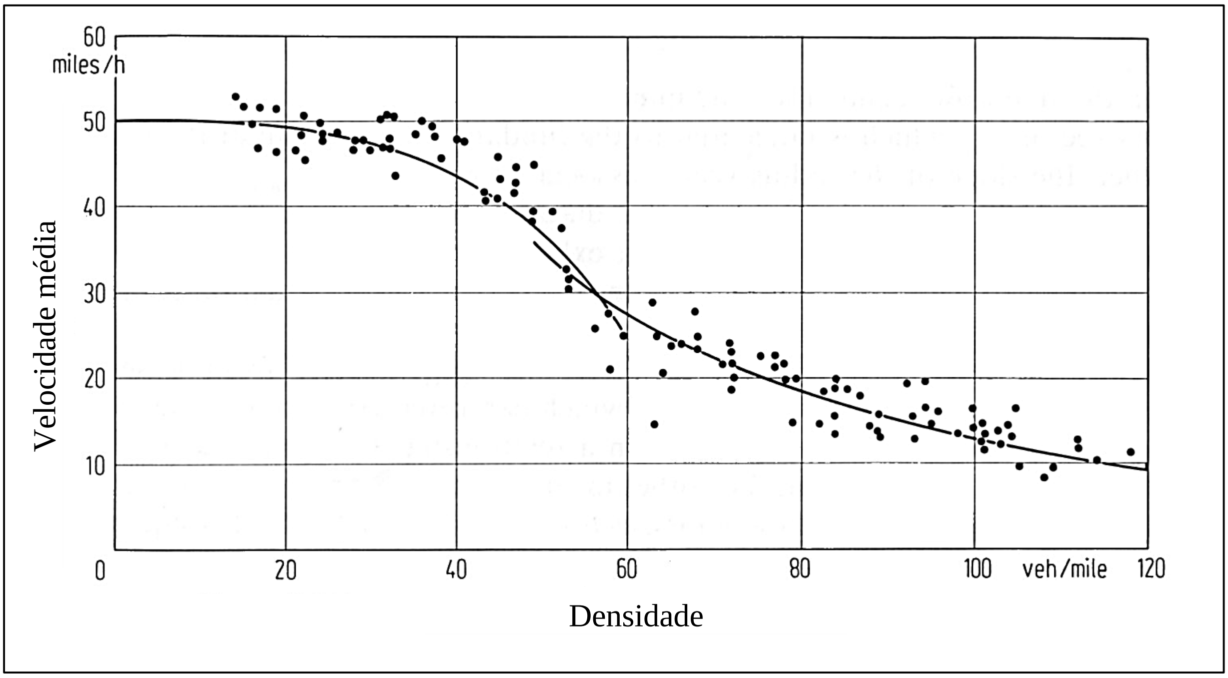


Figura 15

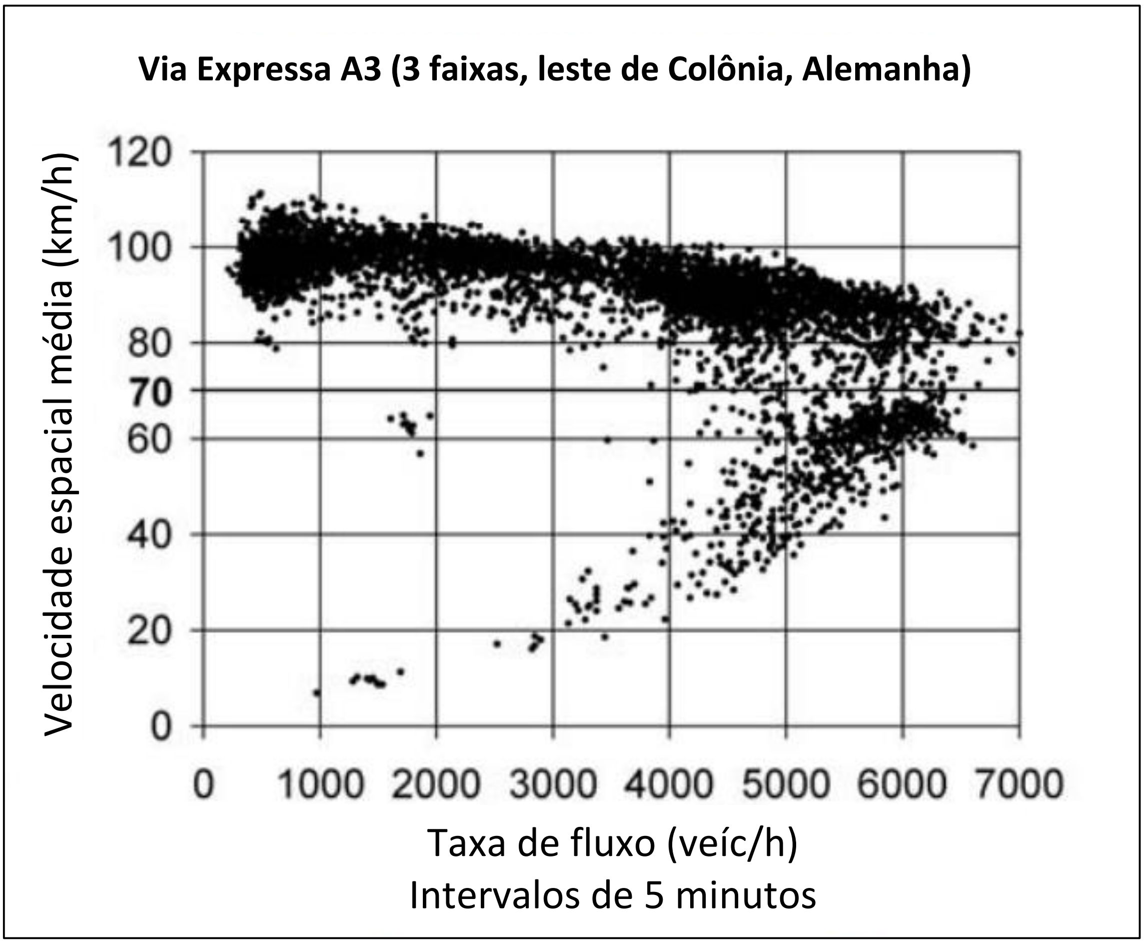


Figura 16

Portanto, com os modelos teóricos mais modernos é possível prever a condição de operação resultante de níveis variados de demanda. Apenas duas situações podem ocorrer. Se não há gargalo de capacidade adiante, impedindo a operação em condições de fluxo normal, ocorrerá a situação prevista ao regime de altas velocidades e baixas densidades, com o escoamento da demanda de tráfego existente. Se há um gargalo de capacidade adiante e a fila acumulada em função disso alcançar o trecho em análise, o fluxo escoado será determinado pela capacidade do gargalo e ocorrerá a operação no regime de baixas velocidades e altas densidades.